

Szakaszvizsgára gyakorló feladatok

Kedves 11. osztályos diákok!

Közeleg a szakaszvizsga időpontja, amelyre 2019. január 14-én kerül sor. A könnyebb felkészülés érdekében adjuk közre ezt feladatsort, amelyhez hasonló feladatokra számíthatsz majd az írásbeli megmérettetésen. A feladatokat kilenc témakörre bontva találod a teljesség igénye nélkül. Amennyiben a felkészülés során további feladatokat igényelsz, bátran keresd meg matematika tanáraitokat!

I. Halmazok, gráfok

1. Ábrázolja Venn-diagramon a halmazokat!

$$A = \{-9; -5; 0; 1; 6; 7\}; B = \{-6; -5; -2; 4; 6\}; C = \{-6; -2; 0; 2; 7; 8\};$$

$$H = \{-9; -8; -7; -6; -5; -2; -1; 0; 1; 2; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \text{ (Alaphalmaz a H).}$$

Határozza meg a következő halmazokat!

$$A \cup B \cup C = \{\dots\dots\dots\}$$

$$A \setminus B = \{\dots\dots\dots\}$$

$$A \cup B \setminus (B \cap C) = \{\dots\dots\dots\}$$

$$H \setminus A \setminus C = \{\dots\dots\dots\}$$

$$B \cup C = \{\dots\dots\dots\}$$

$$A \cap B \cap C = \{\dots\dots\dots\}$$

$$A \cap C = \{\dots\dots\dots\}$$

$$C \setminus A = \{\dots\dots\dots\}$$

2. Határozza meg a megadott halmazműveletekből az A és a B halmazokat! Ábrázolja Venn-diagramon a halmazokat!

$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$$

$$A = \{\dots\dots\dots\}$$

$$B \setminus A = \{3; 5; 7; 10\}$$

$$B = \{\dots\dots\dots\}$$

$$A \cap B = \{2; 4; 8\}$$

3. Egy 29 fős csoportot megkérdeztek arról, hogy a matematika vagy a fizika volt-e a kedvenc tantárgya. Az alábbi válaszok születtek: a matematika 11 embernek a kedvenc tárgya, a fizika pedig 7 főnek. Mindkét tantárgyat 3 fő szerette. Hányan nem szerették egyik tárgyat sem?
4. Egy iskolában az alábbi sport szakkörökre járhatnak a gyerekek: íjászat, kosárlabda, karate. A szakkörökre összesen 66 diák jár. Íjászatra 31-en, kosárra 33-an, karatéra pedig 24 tanuló jár. Íjászatra és kosárra 9-en járnak, kosárra és karatéra 11-en, íjászatra és karatéra pedig 6-an. Hány tanuló jár mindhárom szakkörre?
5. Egy pizzéria két új terméket szeretne bevezetni a piacra. A megkérdezettek 69%-ának tetszett az egyik, 85%-ának pedig a másik termék. Hány embert kérdeztek meg összesen, ha mindkét termék 27 embernek ízlett?
6. Adja meg az $A = [-2, 14 ; 3]$ és a $B =]-3, 254 ; 2, 3]$ intervallumok unióját, metszetét, különbségét!
7. Ábrázolja egyetlen Venn diagrammal az alábbi halmazokat:
 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 5\};$
 $B = \{a \text{ hagyományos dobókockával dobható páros számok}\};$
 $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 9\}$
8. Rajzoljon olyan ötpontú gráfot, amelyben a csúcsok fokszáma rendre 3,3,3,3,2!
9. Rajzoljon egy olyan 5 csúcsú gráfot, amelyben a csúcsok fokszámának összege 16!
10. Lehetséges-e, hogy egy 5 tagú társaságban mindenki pontosan három embert ismer? (Az ismeretségeket kölcsönösnek tekintjük.) Válaszát indokolja!

11. Egy társaság tagjai: X, Y, Z, P, Q és R. Közülük X mindenkit ismer, Q csak 1 embert, Y, Z három embert, P pedig pontosan 2 embert. Hány embert ismerhet R? Válaszát indokolja!
12. Hány egyenest határoz meg a síkban 10 olyan pont, amelyek közül semelyik három sem esik egy egyenesre? Válaszát indokolja!
13. Döntse el, hogy a következő állítások közül melyik igaz, melyik hamis! Válaszát indokolja!
- a) Létezik olyan gráf, ahol a csúcsok fokszámának összege páratlan.
 - b) Ha egy gráfban páratlan számú csúcs van, akkor páros fokszámú csúcsok száma páros.
 - c) Bármely gráfban az élek számának kétszerese megegyezik a csúcsok fokszámának összegével.
14. Adottak a következő 7 pontú egyszerű gráfok. Indokolja, hogy miért nem léteznek, ha csúcsaik fokszáma rendre:
- a) 2,3,3,4,5,5,5
 - b) 1,2,3,4,5,6,7
 - c) 0,0,2,2,6,6,6

II. Kombinatorika, valószínűség számítás, statisztika

15. Hat diák (A, B, C, D, E, F) elmegy moziba, és egymás mellé kapnak jegyeket.
- a) Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé?
 - b) Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé, ha D és C mindenképp egymás mellé szeretne ülni?
 - c) Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé, ha E és F semmiképp sem szeretne egymás mellé ülni?
 - d) A hat diák mozi után cukrászdába megy, s egy kör alakú asztal köré ülnek. Hányféleképpen foglalhatnak helyet?
16. Andor, Balambér, Cingár, Demeter és Ernő egy koncerten egymás mellett foglalnak helyet.
- a) Andor és Demeter úgy döntenek, hogy egymás mellé ülnek. Hányféleképp ülhet le a társaság?
 - b) Hányféleképp ülhetnek le, ha Andor és Cingár semmiképp sem akarnak egymás mellé ülni?
 - c) Hányféleképp ülhetnek le az étteremben egy körasztal köré, ha Andor, Balambér és Cingár valamilyen sorrendben egymás mellett akarnak vacsorázni?
17. Hányféle sorrendben írhatók le a GALAGONYA szó betűi? (az ny betű kettőnek számít)
18. Jocónak 3 egyforma fekete, 2 egyforma kék, 2 egyforma zöld és egy csíkos nyakkendője van. Hányféleképp viselheti ezeket 8 napon át, ha egy-egy napon egy nyakkendőt használ, és minden nap másikat?
19. Hányféle hétjegyű különböző szám készíthető az 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4 számjegyekből?
20. Egy adott atlétikai verseny távolugró számának 9 versenyben lévő indulója közül hányféleképpen alakulhat a legjobb 4 sorrendje? (Holtverseny nem született)
21. Nyolcféle fagyaltból három különböző ízűt választunk, melyet kehelyben szeretnénk elfogyasztani. Hányféleképp történhet ez?
22. Egy 32 lapos magyar kártyából 6 lapot húzunk. Hányféleképpen lehetséges ez, ha köztük pontosan 3 makk van?
23. Egy szálláson 2 db 5 ágyas, 1 db 4 ágyas és 1 db 3 ágyas szobában száll meg 17 diák. Hányféleképpen helyezkedhetnek el a szobákban, ha egy szobában levő férőhelyek között nem teszünk különbséget?

24. Egy veteményes kertben 50 fej káposzta és 20 fej karalábé van. Egy vadnyúl téved be valamelyik reggel. Mekkora valószínűséggel fogja először a karalábék közül valamelyiket elfogyasztani? (A vadnyúl éhes és mindenképpen megeszi a két zöldség közül valamelyiket.)

25. Leírtuk a 0,1,5,6,7,8 számjegyeket egy-egy papírlapra. Határozza meg hány esetben képezhető

- a) valódi hatjegyű szám, ahol minden számjegyet egyszer használhatunk fel!
- b) 4-el osztható valódi hatjegyű szám! (Minden számjegy többször is felhasználható)
- c) 8-al kezdődő, 9-el osztható páros szám! (Minden számjegy csak egyszer használható fel)

26. Egy dobozban 3 kék golyó van. Hány sárga golyót tegyünk hozzá, hogy a kék golyó húzásának valószínűsége 60% legyen? Válaszát indokolja!

27. Béla egy fekete és egy fehér színű szabályos dobókockával egyszerre dob. Feljegyzi azt a kétjegyű számot, amelyet úgy kap, hogy a tízes helyiértéken a fekete kockával dobott szám, az egyes helyiértéken pedig a fehér kockával dobott szám áll. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a feljegyzett kétjegyű szám

- a) négyzetszám;
- b) számjegyei különböznek;
- c) számjegyeinek összege legalább 7?

28. Ha a 32 lapos magyar kártyával játszó 4 játékos között szétosztjuk a lapokat (mindenki nyolc lapot kap), mekkora lesz a valószínűsége annak, hogy az egyik játékosnál lesz az összes király és ász?

29. Egy minőségellenőrzési labor teszteli a 32 g-os sportszelet tömegének pontosságát. A 17 különböző helyről származó csokoládé mért tömege a következő gramm pontossággal: 30, 31, 32, 33, 31, 30, 32, 33, 30, 31, 34, 33, 30, 31, 32, 31, 33.

- a) Készítse el a mért adatok gyakorisági táblázatát!
- b) Mennyi a mérési adatok átlaga gramm pontossággal?
- c) Mekkora a kapott eredmények mediánja, módusza?
- d) Készítsen oszlopdiagramot a mérési eredményekről!
- e) Állapítsa meg a mért adatok szórását!

30. Egy osztály történelem dolgozatot írt a jelen lévő 18 tanulóval. Dolgozatuk átlaga 3,056 lett kerekítve. Minden tanuló legalább elégséges osztályzatot kapott.

- a) Lehetséges-e, hogy senki sem kapott elégséges osztályzatot?
- b) Határozza meg a jeles dolgozatok maximális számát!
- c) Lehetséges-e, hogy a módusz és a medián is 3?

31. Kitti a tanév során 11 érdemjegyet kapott matematikából. Ezek időrendben: 5,3,4,4,5,5,5,3,4,3,5. Adja meg a jegyek móduszát és mediánját!

32. Egy 15 fős matematika csoport olasz nyelv dolgozatának átlaga 3,0. Terjedelme 3, módusza és mediánja is 3.

- a) Adjon meg a feladat feltételeinek megfelelő lehetséges megoldást!
- b) Lehetséges-e, hogy született jeles dolgozat?

Válaszát minden esetben indokolja!

III. Hatvány, gyök, logaritmus

33. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket:

$$\text{a) } \frac{(c^7 \cdot d^{-3})^5}{(c \cdot d)^{-15}} = \quad \text{b) } \frac{(5^2)^7 \cdot (3^{-3})^{-4}}{(3^{10} \cdot 5)^{-8}} =$$

34. Hozza egyszerűbb alakra, válaszát indokolja!

$$\text{a) } \sqrt{507} - \sqrt{675} - \sqrt{48} \quad \text{b) } \sqrt{\sqrt{74} - 7} \cdot \sqrt{\sqrt{74} + 7} \quad \text{c) } \sqrt[5]{64} + \sqrt[5]{486}$$

35. Melyik a nagyobb?

$$\text{a) } 7\sqrt{2} \text{ vagy } 4\sqrt{3} \quad \text{b) } 3\sqrt{5} \text{ vagy } 5\sqrt{2} \quad \text{c) } 7\sqrt{11} \text{ vagy } 6\sqrt{13}$$

36. Gyöktelenítse a következő törtek nevezőjét: ($x > 0$)

$$\text{a) } \frac{9}{5\sqrt{3}} \quad \text{b) } \frac{5x}{2\sqrt{x}} \quad \text{c) } \frac{21}{\sqrt{33} - \sqrt{26}}$$

37. Hozza egyszerűbb alakra, válaszát indokolja!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \log_5 \frac{1}{625} = & \text{b) } \log_x \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^{17}}} \right) = & \text{c) } \log_2 0,125 = \\ \text{d) } 9^{2+\log_9 3} = & \text{e) } 7^{3-\log_4 16} = & \text{f) } 36^{\log_6 16 - \log_{36} 12} = \end{array}$$

38. Határozza meg x értékét a következő egyenlőségekből!

$$\begin{array}{l} \text{a) } \lg x = 5\lg 6 + 3\lg 5 - 3\lg 243 + 6\lg 18 - 2\lg 48 \\ \text{c) } \lg x = -5\lg d + 4\lg b - \lg a + 7\lg c \end{array}$$

IV. Oszthatóság, polinomok, algebrai törtek

39. Milyen számok állhatnak x és y helyén és miért? (Megoldását részletezze!)

$$\text{a) } 45|51x17y \quad \text{b) } 12|8x42y6$$

40. Végezze el a kijelölt műveleteket!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (5b - 7d)^2 & \text{b) } (8c + 3)^2 & \text{c) } (a - 5)^2 - (a + 11)^2 \\ \text{d) } (2x - 5)^2 + (x + 3) \cdot (4 - 3x) - x \cdot (x + 3) & & \end{array}$$

41. Alakítsa szorzattá:

$$\text{a) } 225d^2 - 49c^2 \quad \text{b) } 36x^2 - \frac{84}{5}xy + \frac{49}{25}y^2 \quad \text{c) } (7a)^2 - (3b)^2$$

42. Végezze el a kijelölt műveleteket, illetve egyszerűsítse a következő törtet!

$$a) \frac{25x^2 - 169y^2}{10x - 26y} =$$

$$b) \left(\frac{16b^3c^2d}{27a^6} : \frac{14c^2d}{24a^4} \right) \cdot \frac{21b^{-1}}{6a^{-3}} =$$

$$e) \frac{x^2 - 16}{x + 7} : \frac{x^2 + 4x}{14x + 2x^2}$$

V. Egyenletek, egyenlőtlenségek

43. Oldja meg a következő egyenleteket!

$$a) \frac{3x - 7}{5} + \frac{x - 1}{10} - \frac{x - 5}{20} = \frac{11x + 1}{20} - 1$$

$$b) \frac{2x + 5}{3} - \frac{2 - 5x}{7} = x - \frac{x}{2} + \frac{2x - 1}{3}$$

$$c) \frac{x}{x^2 - 25} + \frac{x + 7}{x + 5} = \frac{5}{2(x - 5)}$$

$$d) \frac{3}{x} - \frac{2x - 4}{4} + x - \frac{9}{2} = 0$$

$$e) 7 = \sqrt{3x - 21} + x$$

$$f) \sqrt{1 - 8x} = 7 - 4x$$

44. Oldja meg a következő egyenlőtlenségeket!

$$a) \frac{2x - 7}{5 - x} > 0$$

$$b) (x + 11)^2 - 3x + 8 < (9 - x)^2$$

$$c) \frac{x - 3}{4 - 5x} \leq -2$$

45. Melyik az a két szám, amelynek a szorzata 6 és

$$a) \text{ az összege } 7$$

$$b) \text{ különbsége } \frac{25}{2}$$

$$c) \text{ hányadosa } 54?$$

46. Egy konvex sokszög átlóinak száma 104. Határozza meg a belső szögeinek összegét?

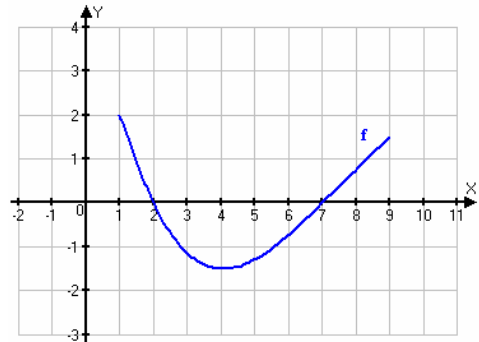
47. Két szám összege 23, különbsége 7. Melyik ez a két szám?

48. Egy osztály tanulói szeretetvendégség keretében minden társuknak készítenek valamilyen személyre szóló ajándékot, amit az adott illető az összejövetel végén haza is vihet saját otthonába. Hányan voltak jelen, ha az osztályfőnök másnap azt mondhatta el, hogy összesen a tanulók 306 ajándékkal tértek haza?

VI. Függvények

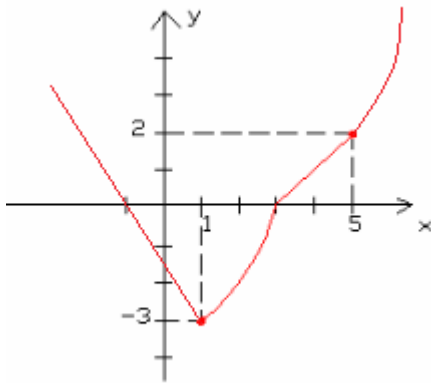
49. Adott az $]1;7]$ intervallumon értelmezett f függvény, amit a grafikonjával adtunk meg. Válaszoljon az alábbiakra:

- Határozza meg az $f(x) \geq 0$ egyenlőtlenség megoldását!
- Adja meg a függvény zérushelyeit!
- Adja meg azt az intervallumot, amelyen a függvény csökkenő!



50. Adott az f függvény, amit a grafikonjával adtunk meg. Válaszoljon az alábbiakra:

- Határozza meg az $f(x) \leq 0$ egyenlőtlenség megoldását!
- Adja meg a függvény szélsőértékek helyét és értékét!
- Adja meg a függvény értékkészletét, ha annak értelmezési tartománya a $] -1;5]$ intervallum!



51. Ábrázolja az $f(x) = \frac{2x-9}{3}$ valós számok halmazán értelmezett függvényt, és határozza meg a tengelymetszetek koordinátáit!

52.a) Ábrázolja a következő függvényeket!

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3$$

$$g(x) = \frac{1}{x-3}$$

$$h(x) = -|x-7| + 1$$

- Adja meg a zérushelyeiket!
- Határozza meg azon függvények szélsőértékeinek helyeit és értékeit, amennyiben léteznek!

53. Adott a következő függvény: $f: [-5; 2] \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \begin{cases} 3(x+1), & \text{ha } x \geq -1 \\ (x+2)^2 - 1, & \text{ha } x < -1 \end{cases}$

- Határozza meg az $f(1)$; $f(0)$; $f(-3)$ értékeket!
- Ábrázolja a függvényt!
- Jellemezze a függvényt monotonitás, zérushely és szélsőérték szempontjából!

VII. Síkgeometria

54. Egy háromszög egyik szögfelezője a szemközti oldallal 80° -os, egy másik szögfelezővel 70° -os szöget zár be. Mekkora a háromszög szögei?

55. Határozza meg a 15 cm sugarú

a) körbe

b) kör köré

írható szabályos háromszög oldalainak hosszát!

56. Egy derékszögű háromszög egyik befogója $a=15$ cm, átfogója $=25$ cm. Számítsa ki a háromszög

a) másik befogóját,

b) magasságait,

c) középvonalait,

d) kerületét, területét,

e) súlyvonalait,

f) köré, ill. beírható körének sugarát!

57. Egy derékszögű háromszög átfogójához tartozó $\sqrt{35}$ cm-es magassága az átfogót két olyan szakaszra bontja, melyek hossza 2 cm-rel tér el egymástól. Mekkora a befogók?

58. Egy derékszögű háromszög befogói hosszának aránya 3:4, összegük 56. Mekkora a

a) területe,

b) átfogója,

c) átfogóhoz tartozó magassága,

d) köré írt körének területe?

59. Egy trapéz rövidebbik alapja 10 cm, magassága 2 cm hosszúságú. A hosszabbik alapon fekvő két szög 45° , illetve 30° . Mekkora a trapéz kerülete és területe?

60. Mekkora a 7 cm sugarú körbe szerkeszthető szabályos hatszög átlóinak hossza?

VIII. Trigonometria

61. Egy ipari csarnoképület hatalmas ablakának felső párkánya $48^\circ 21'$, alsó párkánya $37^\circ 52'$ emelkedési szögben látszik, ha attól 47 m távolságban állunk. Milyen magas az ablak?

62. Dávid szemmagassága a talajtól 169 cm-re van. Milyen magas az a fa, aminek tetejét $68^\circ 12'$ emelkedési szögben, alját $14^\circ 32'$ depressziószögben látja?

63. Egy téglalap átlói 56° -os szöget zárnak be egymással. Hosszabbik oldala 8 cm. Mekkora a rövidebbik oldalának és az átlóinak a hossza?

64. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 17,45 cm, a szárszöge 48° -os. Mekkora a területe és kerülete?

65. Oldja meg a következő egyenleteket a $]-\pi; \pi]$ intervallumon!

a) $\sin x = -0,5$

b) $-4 \cdot \cos x - 1 = 0$

c) $6 \cdot \operatorname{tg} x - 16 = 0$

IX. Exponenciális és logaritmikus egyenletek

66. Oldja meg a következő exponenciális egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $8^{x+2} - 7 \cdot 8^{x+1} + 9 \cdot 8^x = 1088$

b) $7^{8x-1} \cdot 7^{-5x+4} = 7^{x^2+5x} \cdot 7^{3x+7}$

c) $36^x - 3 \cdot 6^x = 2 \cdot 6^x + 6$

d) $5^{2x-1} + 25^{x-1} - 30 = 0$

e) $169^{\sqrt{4x-4}} = 13^{-24} \cdot 13^{\sqrt{16x+176}}$

67. Oldja meg a következő logaritmikus egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\lg(x-2) = \frac{\lg(5-3x)}{2}$

b) $\log_{\frac{1}{2}}((x+3) \cdot 3x + 23 - 3x) = -5$

c) $2\lg(x+2) + \lg 1 = \lg(8x+4)$

d) $(\log_4 x)^2 - 6\log_4 x + 9 = \log_4 x + 27$