

MATEMATIKA SZAKASZVIZSGA

10. évfolyam

GRÁFOK

- 1.) Egy gráfban 5 csúcs van. Az egyes csúcsokból 4, 3, 2, 2, 1 él indul. Hány éle van a gráfnak? Rajzolja le a gráfot!
- 2.) Rajzoljon egy olyan négy csúcspontú gráfot, amelyben a pontok fokszáma 3, 3, 2, 2!
- 3.) Rajzoljon egy olyan öt csúcspontú gráfot, amelynek 4 éle van!
- 4.) Az iskolai kosárlabda-bajnokság egyik csoportjába öt csapat került. Jelöljük őket A, B, C, D és E -vel. A versenykiírás szerint bármely két csapatnak pontosan egyszer kell játszania egymással. Eddig az A csapat már játszott a B -vel, a D -vel és az E -vel. A B csapat játszott már a C -vel is, de mással még nem, az E csapat pedig az A -n kívül csak a C -vel játszott. A C csapatnak eddig 2, a D csapatnak pedig csak 1 mérkőzése volt. **Szemléltesse gráffal a lejátszott mérkőzéseket!**
- 5.) Egy kézilabdacsapat segédedzője a mérkőzésen azt figyeli, hogy a csapat játékosai közül kik passzoltak sikeresen egymásnak. (Ha egy passz sikeres, a labdát eldobó és az azt elkapó játékosnak is ad egy-egy pontot.) A meccs első támadása alatt a csapat játékosai a következő pontszámokat kapták: 1, 2, 2, 3, 0, 0, 4.
 - a) Ábrázolja a passzok egy lehetséges gráfját, ahol a pontok a játékosokat jelölik, és két pont között akkor van él, ha köztük egy passz sikeres volt!
 - b) Hány sikeres passz történt az első támadás alatt összesen?

GYÖKVONÁS

- 6.) Milyen valós számokra értelmezhetők a következő kifejezések?
 - a) $\sqrt{2x - 7}$
 - b) $\sqrt{1 - 2x}$
 - c) $\sqrt{\frac{1}{2x - 7}}$
- 7.) Melyik szám a nagyobb? Válaszát indokolja!
 - a) $A = \frac{\sqrt{130}}{\sqrt{10}}$ vagy $B = \sqrt{7} \cdot \sqrt{2}$
 - b) $A = \frac{(\sqrt{2})^5}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}$ vagy $B = \sqrt{\frac{12}{7}} : \frac{\sqrt{7^3}}{\sqrt{14}}$
 - c) $3 \cdot \sqrt{5}$ vagy $\sqrt{20}$
 - d) $2 \cdot \sqrt{7}$ vagy $3 \cdot \sqrt{3}$
- 8.) Gyöktelenítse a következő törtek nevezőjét!
 - a) $\frac{5}{\sqrt{10}}$
 - b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
 - c) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$
- 9.) Végezze el a kijelölt műveleteket, ha a, b nemnegatív valós számokat jelölnek!
 - a) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
 - b) $(\sqrt{a} - 2\sqrt{b})^2$
 - c) $(3\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (3\sqrt{a} + \sqrt{b})$

MÁSODFOKÚ EGYENLET

- 10.) Oldja meg a következő egyenleteket az egész számok halmazán!
a) $(x + 3)^2 + 11 = 4(x + 5)$ b) $(x + 2) \cdot (x - 3) - 2(x + 4) + 10 = 0$
- 11.) Hány valós megoldása van a következő egyenletnek? Adja meg a megoldásokat!
 $(x + 2) \cdot (x - 4) \cdot (x^2 + 16) = 0$
- 12.) Mekkora a következő egyenletekben a gyökök összege, illetve szorzata? Válaszát indokolja!
 $3x + 4 = x^2$
- 13.) Írjon fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek a következő számpárok gyökei!
a) (5; 8) b) $\left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{8}\right)$
- 14.) Bontsa fel elsőfokú tényezőkre szoroztatára az alábbi polinomokat!
a) $2x^2 - 7x + 3$ b) $-20x^2 + 7x + 6$
- 15.) Bontsa fel a 240-et két tényezőre, amelyek összege 31.
- 16.) Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 9. Ha a számjegyeket felcseréljük és az így kapott számot az eredetivel megszorozzuk, szorzatul 2268-at kapunk. Melyik ez a szám?
- 17.) a) Egy téglalap kerülete 42 cm, átlója 15 cm. Mekkora az oldalai?
b) Egy konvex sokszögnek 104 átlója van. Hány oldalú a sokszög?
c) Egy 30 cm széles és 20 cm magas tablóképét egyenlő szélességű keretbe tették a diákok. Milyen széles a keret, ha területe a kép területének 8,5%-a?

MÁSODFOKÚ FÜGGVÉNY

- 18.) a) Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = -x^2 - 2x + 8$ függvény zérushelyeit!
b) Ábrázolja az f függvényt!
c) Határozza meg a függvény értékkészletét!
d) Minimuma vagy maximuma van a függvénynek? Adja meg az értékét és a helyét!
e) Az értelmezési tartomány mely elemére lesz a függvény helyettesítési értéke -27 ?

MÁSODFOKÚ EGYENLŐTLENSÉG

- 19.) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget, és ábrázolja a megoldást számegyenesen!
 $3x^2 - 10x + 8 < 0$
- 20.) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget, és ábrázolja a megoldást számegyenesen!
 $-x^2 + 2x + 15 \geq 0$
- 21.) Mely természetes számokra igaz a következő egyenlőtlenség?
 $\frac{1}{2}x^2 \leq \frac{3x}{2} + 9$
- 22.) Melyek azok a valós számok, amelyekre mindkét egyenlőtlenség igaz?
 $x^2 \geq x + 12$ és $-x^2 + 2x > -24$
Hány egész megoldás van? Melyek ezek? Sorolja fel őket!

MAGASABBFOKÚ EGYENLET

- 23.) Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!
a) $x^4 + 7x^2 - 8 = 0$ b) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$

GYÖKÖS EGYENLET

- 24.) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$2\sqrt{x} = 6$$

- 25.) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

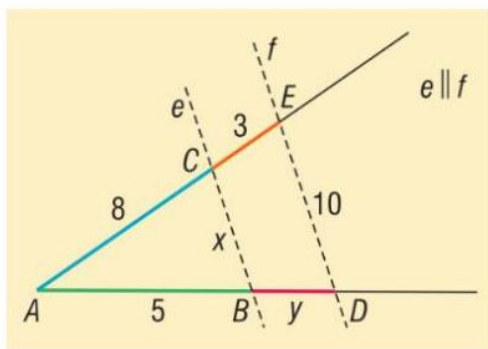
$$\sqrt{2x - 3} = 3 - x$$

- 26.) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{5 - 3x} = 2x - 4$$

SÍKGEOMETRIA

- 27.) Két hasonló háromszög közül az egyik oldalai 9 cm, 12 cm és 16 cm. A másik háromszög leghosszabb oldala 1 cm. Mekkora a másik két oldal?
- 28.) Egy ház tervrajzán egy 5 m hosszú szoba 2 cm. Hány centiméter felel meg a szoba 3,8 m szélességének a tervrajzon?
- 29.) Egy háromszög oldalainak aránya 3 : 4 : 5. Határozza meg annak a hozzá hasonló háromszögnek az oldalait, melynek leghosszabb oldala 3 cm-rel hosszabb a legrövidebbnél!
- 30.) Egy háromszög oldalai úgy aránylanak egymáshoz, mint 2 : 4 : 5. A hozzá hasonló háromszög kerülete 55 m. Határozza meg a háromszög oldalainak hosszát!
- 31.) Hasonlók-e az ABC és $A'B'C'$ háromszögek, ha oldalaik hossza: $a = 1$ m, $b = 1,5$ m, $c = 2$ m, illetve $a' = 10$ cm, $b' = 15$ cm, $c' = 20$ cm?
- 32.) Az ABC háromszög területe 25-szöröse a PQR háromszög területének. A két háromszög hasonló egymáshoz. Tudjuk még azt is, hogy az ABC háromszög oldalai 6 cm, 8 cm, 12 cm hosszúak. Határozza meg a PQR háromszög oldalainak hosszát!
- 33.) Számolja ki az ábrán látható x és y szakaszokat, ha az e és f egyenesek párhuzamosak!



- 34.) Egy trapéz párhuzamos oldalainak aránya 5 : 9. Az egyik szár 16 cm hosszú. Mennyire kell ezt a szarat meghosszabbítani, hogy a másik szár meghosszabbítását metssze?
- 35.) Egy trapéz alapjainak hossza 2 cm és 3 cm. A szárak meghosszabbításával keletkezett kiegészítő háromszög oldalai 5 és 4 cm hosszúak. Határozza meg a trapéz szárainak hosszát!
- 36.) Hányszorosára nő egy négyzet területe, ha minden oldalát háromszorosára növeljük?
- 37.) Hányszorosára nő a téglalap területe, ha egyik oldalát ötszörösére, másik oldalát háromszorosára növeljük?
- 38.) Két hasonló téglatest megfelelő oldalhosszainak aránya 2 : 5. Számítsa ki a téglatestek felszínének, illetve térfogatának arányát!
- 39.) Két hasonló test térfogatának aránya 27 : 64. Adja meg a hasonlóság arányát és számítsa ki az egyes testek felszínének arányát!