

MATEMATIKA SZAKASZVIZSGA

9. évfolyam

HALMAZOK

- 1.) Adott két halmaz:

$A = \{\text{egyjegyű prímszámok}\}; B = \{15\text{-nél kisebb páratlan természetes számok}\}.$
Sorolja fel az alábbi halmazok elemeit!

a) $A \cap B$ b) $A \setminus B$ c) $B \setminus A$

- 2.) Két halmazról, A -ról és B -ről tudjuk, hogy $A \cup B = \{3; 5; 7; 10; 11; 18; 23\},$

$A \cap B = \{7; 23\}, \quad A \setminus B = \{3; 11\}.$

Adja meg elemeik felsorolásával az A és a B halmazokat!

- 3.) Adott két intervallum: $A = [-2; 6]$ és $B =] - 5; 4]$. Adja meg és ábrázolja számegyenesen a következő intervallumokat!

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $A \setminus B$ d) $B \setminus A$

- 4.) Egy 600 fős iskola nyári táborába a tanulók 16%-a, a sítáborba a 25-öd részük ment el a tavalyi tanévben. 4 tanuló mindkét táborban volt. A tanulók hányad része nem vett részt egyik programon sem?

- 5.) Egy iskola 125 tanulója közül angolul 98-an, németül 59-en, olaszul 32-en tanulnak. Angolt és németet is 38, angolt és olaszt is 26, németet és olaszt is 5 tanuló, mindhárom nyelvet 3 tanuló tanulja.

a) A 125 tanuló közül hány tanuló tanul csak angolul, csak németül, illetve csak olaszul?
b) Hány tanuló nem tanul egyetlen nyelvet sem a 3 nyelvből?
c) Hányan tanulnak legalább 2 nyelvet?
d) Hányan tanulnak legfeljebb 2 nyelvet?

- 6.) Az egyik osztály diákjai közül 14-en szeretik a testnevelést, 12-en a történelmet, 13-an pedig a matematikát. 4 tanuló mindhármat szereti, 6 diák a testnevelésért és a matematikáért rajong, 7 diák a testnevelést és a történelmet szereti. 2 olyan tanuló van, aki csak a történelmet és a matematikát tanulja szívesen.

a) Legalább hány tanuló jár az osztályba?
b) Ha az osztály létszáma 40 fő, akkor hány olyan tanuló van, aki az adott három tantárgy közül egyiket sem szereti?

- 7.) Írja fel az $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ halmaz összes kételemű részhalmazát!

- 8.) Ábrázolja Venn-diagramon a halmazokat!

$A = \{-9; -5; 0; 1; 6; 7\}; B = \{-6; -5; -2; 4; 6\}; C = \{-6; -2; 0; 2; 7; 8\};$
 $H = \{-9; -8; -7; -6; -5; -2; -1; 0; 1; 2; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ (Alaphalmaz a H).

Határozza meg a következő halmazokat!

$A \cup B \cup C$	$B \cup C$	$A \cap C$	$A \setminus B$
$H \setminus A \setminus C$	$A \cap B \cap C$	$C \setminus A$	$A \cup B \setminus (B \cap C)$

KOMBINATORIKA

- 9.) Hat diák (A, B, C, D, E, F) elmegy moziba, és egymás mellé kapnak jegyeket.

a) Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé?
b) Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé, ha D és C mindenképp egymás mellé szeretne ülni?
c) Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé, ha E és F semmiképp sem szeretne egymás mellé ülni?
d) A hat diák mozi után cukrászdába megy, s egy kör alakú asztal köré ülnek. Hányféleképpen foglalhatnak helyet?

- 10.) Hányféle hétjegyű különböző szám készíthető az 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4 számjegyekből?
- 11.) Szabályos dobókockával kétszer egymás után dobunk. Hány esetben lehet a dobott pontok összege
 a) legalább nyolc; b) hárommal osztható;
 c) ötnél nagyobb prímszám; d) legalább öt és legfeljebb nyolc;
 e) négyzetszám; f) 11-nél nagyobb prímszám?
- 12.) Jocónak 3 egyforma fekete, 2 egyforma kék, 2 egyforma zöld és egy csíkos nyakkendője van. Hányféleképp viselheti ezeket 8 napon át, ha egy-egy napon egy nyakkendőt használ, és minden nap másikat?
- 13.) Hány különböző 7 jegyű szám képezhető a 2, 4, 5, 6, 7, 8, 0 számjegyekből, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk fel?
- 14.) Egy fekete és egy fehér szabályos dobókockával egyszerre dobunk. Hány esetben lehet a dobott pontok szorzata
 a) kétjegyű pozitív egész szám; b) kettőnél nagyobb prímszám;
 c) tízzel osztható egész szám; d) köbszám;
 e) osztható 7-tel?
- 15.) Hányféle sorrendben írhatjuk le az ANAGRAMMA szó betűit?

HÁROMSZÖGEK

- 16.) Egy háromszög belső szögeinek aránya $5 : 7 : 12$. Határozza meg a háromszög belső és külső szögeit!
- 17.) Egy háromszög két oldala 3,5 cm és 2,3 cm. Mekkora lehet a harmadik oldala?
- 18.) Egy egyenlő szárú háromszög egyik külső szöge 100° . Határozza meg a háromszög belső szögeit!
- 19.) Egy derékszögű háromszög befogói 28 cm és 45 cm hosszúak. Mekkora a háromszög köré írt körének sugara?
- 20.) Egy egyenlő szárú háromszög szárai 58 cm hosszúak, az alapja 80 cm hosszú. Mekkora az alaphoz tartozó magassága?

NÉGYSZÖGEK

- 21.) Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis!
 a) Minden paralelogramma téglalap.
 b) Ha egy négyszög két szemközti szöge derékszög, akkor az téglalap.
 c) A deltoid átlói felezik a belső szögeket.
 d) Minden trapéznek van tompaszöge.
- 22.) Egy paralelogramma két oldala 5 és 8 egység hosszú, az általuk bezárt szög 45° -os. Mekkora a területe?
- 23.) Egy paralelogramma egyik szöge egy másik szögének négyszerese. Mekkora a paralelogramma szögei?
- 24.) Egy rombusz alakú papírsárkány átlóiba merevítőrudakat teszünk, amelyeknek a hossza 80 cm és 120 cm. Mekkora a papírsárkány oldala?
- 25.) Egy szimmetrikus trapéz párhuzamos oldalai 8 m és 18 m, szára 7 m. Mekkora a trapéz magassága?
- 26.) Egy általános trapéz rövidebbik alapja 16 cm, a trapéz magassága 9 cm, szárai 15 cm és 20 cm hosszúak. Mekkora a trapéz területe?
- 27.) Egy 6000 m^2 területű téglalap alakú telek egyik oldala 2,4-szerese a másiknak. Hány méter a telket határoló kerítés hossza, ha a bejárati kapu 5 méter széles?

SOKSZÖGEK

- 28.) Egy szabályos sokszög egy külső szöge 15° . Hány csúcsa van a sokszögnek?
- 29.) Egy szabályos sokszög egy belső szöge 156° . Hány oldala van a sokszögnek?
- 30.) Hány átlója van egy 12 oldalú konvex sokszögnek? Határozza meg a belső szögek összegét is!

ALAPMŰVELETEK

- 31.) Az $a = \frac{1}{5}$ és $b = -\frac{3}{4}$ esetén számolja ki K értékét, ha $K = \frac{2a - b}{a + 2b}$!

SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

- 32.) Hányan laknak egy városban, ha egy fesztiválra a lakosság 18%-a, azaz 12 960 ember ment el?
- 33.) Három testvér közösen vásárol egy 6400 Ft-os virágcsokrot anyák napjára. Dominik fizeti a 45%-át, Olivér a 30%-át, Barnabás a maradékot. Mennyit fizetnek külön-külön a virágért?
- 34.) Egy sportfelszerelés árát a nyári akció keretében 12 000 Ft-ról 9500 Ft-ra csökkentették. Hány %-os volt az árengedmény? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!
- 35.) Egy termék árát az egyik hónapban 20%-kal, majd a következő hónapban újabb 20%-kal megemelték. A két áremelés együttesen hány százalékos áremelésnek felel meg? Válaszát indokolja!
- 36.) Egy ventilátor árát 5200 Ft-ról 25%-kal növelték, majd mivel így nem fogyott, újból 5200 Ft-ra csökkentették. Hány %-os volt a második árváltozás?

HATVÁNYOZÁS

- 37.) Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis minden pozitív valós szám esetén!
a) $a^3 \cdot a^9 = a^{12}$ b) $a^9 : a^3 = a^3$ c) $a^9 - a^3 = a^6$ d) $(a^3)^9 = a^{27}$
- 38.) Végezze el a következő műveletet: $\frac{(a^4)^5}{a^3 \cdot a^2}$, ha $a > 0$!
- 39.) Végezze el a következő műveletet: $\frac{(2^4 \cdot 5)^6 \cdot 2^3}{(5^2 \cdot 2^3)^3} \cdot \frac{(2 \cdot 5^3)^4}{(2^2 \cdot 5)^{12}}$!
- 40.) Írja fel a és b egész kitevőjű hatványának szorzataként a következő kifejezést:
 $\frac{(a^{-3} \cdot b^2)^{-4} \cdot (a^5 \cdot b^{-2})^3}{a^{-5} \cdot b^6}$, ha $a > 0$, $b > 0$!

NORMÁLALAK

- 41.) Legyen $A = 4,5 \cdot 10^{107}$ és $B = 2,5 \cdot 10^{-238}$. Adja meg az $A \cdot B$ és az $\frac{A}{B}$ kifejezések normál alakját!

ALGEBRAI KIFEJEZÉSEK

- 42.) Egyszerűsítse a következő algebrai törtet!

a) $\frac{x - 3}{x^2 - 3x}$, ahol $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$

b) $\frac{2a^2b - 3ab^2}{5ab}$, ahol $a, b \in \mathbb{R}$, $a \cdot b \neq 0$

c) $\frac{2x + 4y}{6x^2 + 12xy}$, ahol $x, y \in \mathbb{R}, x \neq 0, x \neq -2y$

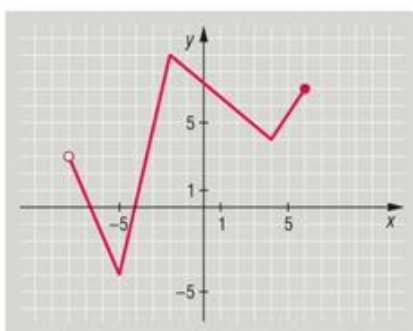
43.) Egyszerűsítse a következő algebrai törtet!

a) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$, ahol $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

b) $\frac{x^2 + 8x + 16}{4x^2 - 64}$, ahol $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 4\}$

FÜGGVÉNYEK

44.) Határozza meg az alábbi, grafikonjával megadott függvény értelmezési tartományát, értékkészletét!



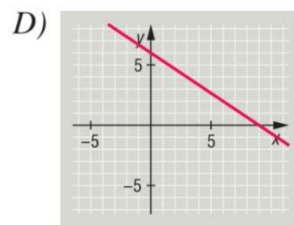
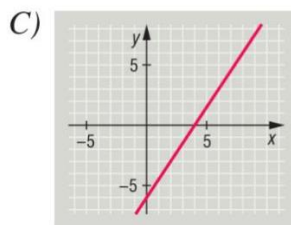
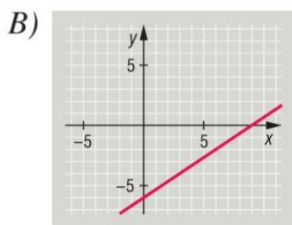
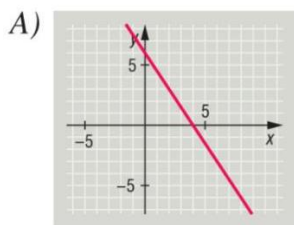
45.) Adja meg a következő, a valós számok halmazán értelmezett függvény zérushelyét:

$$x \mapsto -5x + 4!$$

46.) Adott az alábbi függvény: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -\frac{4}{3}x + 2$. Határozza meg azt az x értéket, amelyhez tartozó függvényérték -2 !

47.) Párosítsa össze a hozzárendelési szabályokat a függvényekkel!

a) $x \mapsto \frac{3}{2}x - 6$ b) $x \mapsto -\frac{2}{3}x + 6$ c) $x \mapsto -\frac{3}{2}x + 6$ d) $x \mapsto \frac{2}{3}x - 6$



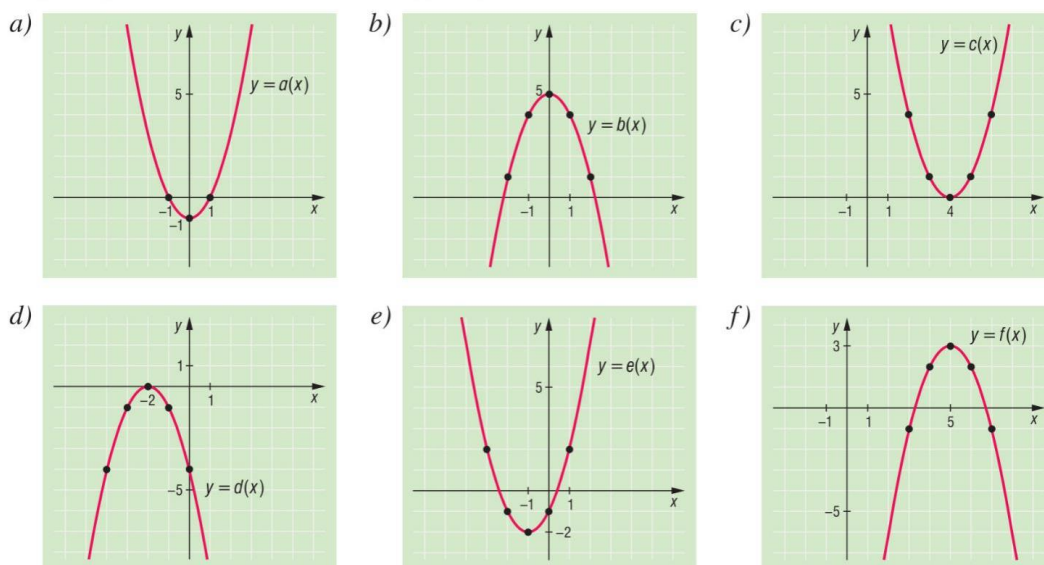
48.) Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x - 2)^2 + 3$ függvény.

a) Állapítsa meg az f függvény minimumhelyét és a minimumának értékét!

b) Ábrázolja a függvényt!

c) Adja meg a függvény monotonitási intervallumait az intervallumhoz tartozó monotonitással együtt!

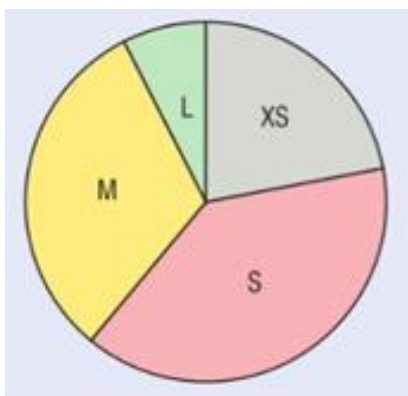
- 49.) Egy valós számok halmazán értelmezett másodfokú függvény hozzárendelési szabálya $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 3x$.
Számítsa ki a függvény helyettesítési értékét az $x = -1,5$ helyen!
- 50.) Adja meg a következő másodfokú függvények hozzárendelési utasítását!



STATISZTIKA

- 51.) Márk informatika jegyei a következők: 3, 4, 1, 4, 4, 3, 5, 5, 5, 2, 4, 4, 5, 2.
Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis a felsorolt osztályzatokra!
a) Az osztályzatok módusza 4. b) Az osztályzatok mediánja 5. c) Az osztályzatok átlaga 3,8.
- 52.) Január egyik hetében a napi középhőmérsékletek a következők voltak: -10°C , -4°C , -8°C , -5°C , 0°C , -5°C , $+1^\circ\text{C}$.
a) Mennyi volt a heti átlaghőmérséklet?
b) Mekkora a napi középhőmérsékletek módusza, mediánja?
- 53.) Hat szám számtani közepe 4,5, a számok közül ismerünk ötöt: 2, 5, 3, 7, 0. Mekkora a hatodik szám?
- 54.) Egy 30 fős osztályból mindenki megírta a fizikadolgozatot. Háromszor annyian írt négyest, mint ötöst. Az egyesek száma megegyezik az ötösök számával, hármas dolgozatból ugyanannyi született, mint négyesből. Kétszer annyi diák írt kettes dolgozatot, mint ötöst.
a) Adja meg az egyes osztályzatok számát! b) Mi az osztályzatok mediánja, módusza?
c) Mennyi lett a fizikadolgozatok átlaga?
- 55.) Egy pólókat is forgalmazó üzletben az egyik hónapban összegezték, hogy fekete pólóból méret szerint hány darabot adtak el. Az eladott mennyiségekről kördiagramot készítettek.

Méret	Mennyiség (db)	A körcikk középponti szöge
XS	44	
S		
M	63	$113,4^\circ$
L		27°



- Határozza meg a hiányzó adatokat, és töltsse ki a táblázatot!
- Ha ugyanekkora havi összforgalom esetén mindegyik méretből ugyanannyit adtak volna el, akkor méretenként hány darab pólót adtak volna el?
- Határozza meg az eladott pólók méretének móduszát!

56.) Egy 32 fős osztályban felmérést végeztek arról, hogy az osztályba járó tanulók családjában hány gyerek van (testvérek nem járnak az osztályba). Azt tapasztalták, hogy ez a szám családonként legfeljebb 6. A kapott eredményeket a mellékelt táblázatba foglalták.

A gyerekek száma családonként	1	2	3	4	5	6
A válaszadók száma	6	15	9	1	0	1

Számolja ki, hogy az adott osztályba járó gyerekek családjában

- átlagosan mennyi a gyerekek száma;
- mennyi a gyerekek számának módusza, mediánja!

EGYBEVÁGÓSÁG

- Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis!
 - Van olyan háromszög, amelyiknek pontosan két szimmetriatengelye van.
 - Van olyan négyszög, amelynek pontosan 1 szimmetriatengelye van.
 - Minden deltoid tengelyesen szimmetrikus.
 - Van olyan sokszög, amelynek legalább 1024 szimmetriatengelye van.
- Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis!
 - Nincs középpontosan szimmetrikus háromszög.
 - A négyzetnek nincs szimmetria-középpontja.
 - Van olyan trapéz, amelyik középpontosan szimmetrikus.
 - A szabályos ötszög középpontosan szimmetrikus.
- Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis!
 - Ha egy négyszög átlói egyenlő hosszúak, akkor a négyszög középpontosan szimmetrikus.
 - Ha egy négyszög középpontosan szimmetrikus, akkor a négyszög átlói egyenlő hosszúak.
 - Ha egy négyszög középpontosan szimmetrikus, akkor írható a négyszög köré kör.
 - Van olyan négyszög, amely tengelyesen és középpontosan is szimmetrikus.
- Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis!
 - Minden téglalap az átlók metszéspontja körül 90° -os forgásszimmetriával rendelkezik.
 - A szabályos háromszöget a súlypontja körül 60° -kal elforgatva önmagába megy át.
 - A szabályos háromszöget a magasságpontja körül 120° -kal forgatva önmagát kapjuk.
 - Van forgásszimmetrikus ötszög.

A KÖR ÉS RÉSZEI

- 61.) Milyen hosszú az a húr, amely egy 13 cm sugarú körben a középponttól 50 mm távolságban van?
- 62.) Egy körben a 96 m hosszú húr 55 m-re van a kör középpontjától. Mekkora a kör átmérője?
- 63.) Egy 26 cm átmérőjű kör középpontjától 85 cm távolságra lévő pontból érintőt húzunk a körhöz. Milyen hosszú ez az érintőszakasz?

KÖZÉPPONTI SZÖG, SZÖG ÍVMÉRTÉKE

- 64.) Mekkora a 8 cm sugarú körben a 75° -os középponti szöghöz tartozó ív hossza?
- 65.) Számolja ki a 65° -os középponti szöghöz tartozó körcikk területét, ha a kör sugara 3,8 cm!
- 66.) Mekkora középponti szög nyugszik azon a köríven, amelynek hossza a kör kerületének $5/8$ -a?
- 67.) Mekkora a belső szögei annak a szabályos sokszögnek, amelyben a belső szögek összege 1440° ?
- 68.) Mekkora annak a kör alakú játszótérnek a sugara méterben mérve, amely területének mérőszáma ötszöröse a kerület mérőszámának?
- 69.) Egy körcikk területe 16 cm^2 , a körcíkkt határoló ív hossza 5 cm. Számolja ki a kör sugarát, valamint a körcikk középponti szögét!

ELSŐFOKÚ EGYENLET

- 70.) Oldja meg grafikusan az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $2x - 1 = 3 + x$

b) $\frac{1}{2}x + 4 = -4 - \frac{3}{2}x$

- 71.) Oldja meg az alábbi egyenletet a természetes számok halmazán: $\frac{5x-2}{4} - \frac{2x+3}{3} = -2$!

- 72.) Oldja meg az alábbi egyenletet az egész számok halmazán:

$$(x + 3)^2 - (x - 2)^2 = 10x + 5!$$

ELSŐFOKÚ EGYENLŐTLENSÉG

- 73.) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a 8-nál nagyobb természetes számok halmazán: $2x -$

$$\frac{x+3}{4} \geq \frac{3x-4}{2} + \frac{x+1}{3}!$$

- 74.) Melyek azok az egész számok, amelyek kielégítik mindkét egyenlőtlenséget:

$$8 - \frac{2x}{3} > x + 2 \quad \text{és} \quad 6x + 4 \geq -4x + 24?$$

ELSŐFOKÚ EGYENLETRENDSZER

- 75.) Oldja meg a következő egyenletrendszert, ahol x, y racionális számok!

$$x + 4y = 8$$

$$3x - 24 = -12y$$

- 76.) Oldja meg a következő egyenletrendszert, ahol x, y egész számok!

$$5x + 3y = 9$$

$$4x - 2y = 16$$

ARÁNYOSSÁG

- 77.) a) Tomi negyed kilogramm eperért 195 forintot fizetett. Mennyit kellene fizetnie, ha 3 kg epret vett volna?
b) 15 dkg málna 108 forintba kerül. Ugyanebből a málnából hány kilogrammot vehetnénk 5400 forintért?
- 78.) a) Egy üdítőitalokat előállító gyárban 8 egyforma gép 12 nap alatt gyártaná le a megrendelt mennyiségű üdítőt. Ha 2 géppel kevesebb dolgozna, hány nap alatt gyártaná le a többi gép ugyanezt a mennyiségű üdítőt?
b) Az unokái nagyon szeretik nagymama házi készítésű baracklekvárját, ezért a mama lekvárt főzött. Az elkészült mennyiséget 9 darab 7 dl-es üvegbe tudná beletölteni. Arra gondolt, inkább kisebb, 2,25 dl-es üvegeket választ. Hány üvegbe töltötte be így a lekvárt?

SZÖVEGES FELADAT

- 79.) a) Kati a szüleitől kapott 12 000 Ft-ot, amit ruhára, mozira és fagyira költött. Ezek aránya az összesen belül $8 : 5 : 3$. Mennyit költött Kati mozira?
b) Egy család vízfogyasztása egy hónapban 13 500 Ft-ba kerül. Az apa becslése szerint a tisztálkodásra, mosásra, mosogatásra és egyéb tevékenységekre elhasznált vízmennyiségek aránya $5 : 4 : 2 : 1$. Mennyibe kerülnek az apa becslése szerint az egyes tevékenységek?
- 80.) Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 11. Ha a számjegyeit felcseréljük, 45-tel kisebb számot kapunk. Melyik ez a szám?
- 81.) 11 ceruza annyiba kerül, mint 7 füzet, 7 ceruza ára pedig 720 Ft-tal kevesebb, mint 11 füzet ára. Mennyibe kerül 5 ceruza és 9 füzet összesen?
- 82.) Egy üzletben háromféle palackozott ecet van a polcon: 12 db 10%-os, 8 db 15%-os és 5 db 20%-os. Mindegyiket azonos csomagolásban, 1 literes kiszerelésben árusítják. Hány százalékos ecetet kapnánk, ha a polcon lévő összes ecetet összeöntenénk?
- 83.) Egy mobilszolgáltató kedvezményes akciós előfizetést hirdet: a havi díj 4500 Ft, ami 50 perc beszélgetést és 50 db SMS-t tartalmaz a 3 GB internet mellé. Ha a beszélgetések hossza összesen meghaladja az 50 percet, akkor az e feletti beszélgetés díja percenként 35 Ft; ha 50 SMS-nél többet küld az előfizető, akkor az 50 SMS feletti üzenetek díja egyenként 40 Ft. Anna és Bella ezt az előfizetést választották.
a) Mennyit fizetett Anna januárban, ha 92 percet telefonált és 15 SMS-t küldött?
b) Mennyit fizetett Bella januárban, ha 75 percet telefonált és 52 SMS-t küldött?
Decemberben Anna a telefonálással is és az üzenetekkel is meghaladta a megengedett mennyiséget. Összesen háromszor annyi percet telefonált, mint ahány darab üzenetet küldött. A fizetendő számla 9450 forintról szólt.
c) Hány percig telefonált és mennyi üzenetet küldött Anna decemberben?
- 84.) Egy mobiltelefon tokjának árát 24%-kal csökkentették, így 9500 Ft-ba került. Pár hónap múlva ezt az árat növelték 36%-kal.
a) Mennyi volt a tok eredeti ára? b) Mennyi lett a tok végső ára?
c) Ha egy lépésben változtatták volna a mobiltelefon tokjának árát az eredetiről a végsőre, akkor ez hány százalékos és milyen irányú változtatásnak felelne meg?